



Estimation of heritability using half-sib model under correlated errors

AMRIT KUMAR PAUL¹, HIMADRI SHEKHAR ROY^{1✉}, RANJIT KUMAR PAUL¹ and M D YEASIN¹

ICAR-Indian Agricultural Statistics Research Institute, New Delhi 110 012 India

Received: 18 August 2022; Accepted: 19 September 2022

Supplementary Table 1. Half-sib estimate of heritability and MSE values in case of correlated errors (AR(2)) and different sample sizes in case heritability of 0.10

p ₁	P ₂	MSE							
		ANOVA		REML		ML		MIVQUE	
		P=100	P=200	P=100	P=200	P=100	P=200	P=100	P=200
-1	-1	0.2460	0.2428	0.1093	0.1093	0.1095	0.10927	0.1095	0.1093
(ht)		-0.2484	-0.2383	0.0023	0.0022	0.0074	0.00842	0.0074	0.0084
-1	-0.5	0.2123	0.2114	0.1095	0.1098	0.1110	0.11177	0.1110	0.1118
(ht)		-0.1738	-0.1589	0.0014	0.0047	0.0132	0.02025	0.0132	0.0202
-1	0.1	0.2113	0.2108	0.1100	0.1103	0.1121	0.11297	0.1121	0.1130
(ht)		-0.1648	-0.1510	0.0035	0.0075	0.0170	0.02418	0.0170	0.0242
-1	1	1.6856	1.5547	1.3008	1.1860	1.6802	1.55046	1.6802	1.5505
(ht)		1.0906	1.0491	0.9288	0.8041	1.0946	1.06020	1.0463	1.0602
-1	0.5	0.2081	0.2085	0.1115	0.1119	0.1155	0.11657	0.1155	0.1166
(ht)		-0.1359	-0.1261	0.0128	0.0161	0.0325	0.03861	0.0325	0.0386
-1	0	0.2114	0.2108	0.1099	0.1101	0.1118	0.11272	0.1118	0.1127
(ht)		-0.1865	-0.1724	0.0031	0.0069	0.0061	0.02332	0.0161	0.0233
-0.8	-0.8	0.1813	0.1866	0.1128	0.1130	0.1200	0.12220	0.1200	0.1222
(ht)		-0.0561	-0.0626	0.0285	0.0381	0.0594	0.07405	0.0394	0.0740
-0.6	0.4	0.1898	0.2026	0.1266	0.1326	0.1472	0.15760	0.1472	0.1576
(ht)		0.0318	0.0454	0.0752	0.0889	0.1256	0.14283	0.1256	0.1428
-0.5	-0.5	0.1800	0.1920	0.1196	0.1236	0.1359	0.14411	0.1359	0.1441
(ht)		0.0074	0.0239	0.0628	0.0777	0.1284	0.14865	0.1284	0.1286
-0.5	-0.1	0.1818445	0.1954	0.1220	0.1269	0.1398	0.14960	0.1398	0.1496
(ht)		0.0187	0.0359	0.0674	0.0838	0.1152	0.13602	0.1152	0.1360
-0.5	0.9	1.1004	1.0563	0.8026	0.7701	1.0954	1.05161	1.0954	1.0516
(ht)		0.8736	0.8557	0.7282	0.7104	0.8864	0.86772	0.8764	0.8677
-0.5	0.1	0.1834	0.1074	0.1233	0.1287	0.1415	0.15201	0.1415	0.1520
(ht)		0.0219	0.0387	0.0685	0.0850	0.1176	0.13779	0.1176	0.1378
-0.5	0	0.1825	0.1063	0.1226	0.1277	0.1405	0.15069	0.1405	0.1507
(ht)		0.0202	0.0372	0.0678	0.0843	0.1163	0.13684	0.1163	0.1368
-0.3	0.2	0.1850	0.2008	0.1249	0.1317	0.1444	0.15685	0.1444	0.1569
(ht)		0.0309	0.0486	0.0726	0.0903	0.1229	0.14424	0.1229	0.1442
0	0.5	0.1968	0.2135	0.1323	0.1417	0.1574	0.17260	0.1574	0.1726
(ht)		0.0653	0.0807	0.0921	0.1075	0.1513	0.16892	0.1513	0.1689
0	-0.5	0.1785	0.1945	0.1196	0.1258	0.1360	0.14798	0.1360	0.1480
(ht)		0.0124	0.0328	0.0638	0.0827	0.1101	0.14345	0.1101	0.1345
0	1	3.4235	3.3116	2.7851	2.6810	3.4232	3.31139	3.4232	3.3114
(ht)		1.7385	1.7171	1.5444	1.5209	1.7396	1.71769	1.7396	1.7177
0	-1	0.2063	0.2085	0.1095	0.1107	0.1113	0.11391	0.1113	0.1139
(ht)		-0.1594	-0.1635	0.0036	0.0096	0.0181	0.02844	0.0181	0.0284
0	0	0.1818	0.1990	0.1232	0.1302	0.1415	0.15478	0.1415	0.1548
(ht)		0.0255	0.0461	0.0691	0.0891	0.1177	0.14282	0.1177	0.1428

P ₁	P ₂	MSE							
		ANOVA		REML		ML		MIVQUE	
		P=100	P=200	P=100	P=200	P=100	P=200	P=100	P=200
0.1	0.1	0.1823	0.2000	0.1237	0.1312	0.1421	0.15604	0.1421	0.1560
(ht)		0.0258	0.0476	0.0688	0.0896	0.1174	0.14368	0.1174	0.1437
0.1	0.5	0.1960	0.2132	0.1319	0.1417	0.1568	0.17244	0.1568	0.1724
(ht)		0.0641	0.0802	0.1114	0.1271	0.1503	0.14865	0.1503	0.1687
0.3	-0.2	0.1791	0.1965	0.1215	0.1290	0.1386	0.15284	0.1386	0.1528
(ht)		0.0187	0.0436091	0.0650	0.0869	0.1118	0.14012	0.1118	0.1401

Supplementary Table 2. Half sib Estimate of heritability and MSE values in case of correlated errors (AR(1)) and different sample sizes for parametric value of heritability 0.50

ρ	MSE							
	ANOVA		ML		REML		MIVQUE	
	P=100	p=500	P=100	p=500	P=100	p=500	P=100	p=500
-1	0.023867	0.0234756	0.024961	0.0249825	0.023867	0.0249825	0.023867	0.0249825
(ht)	0.445295	-0.288932	0.432653	0	0.445295	0	0.445295	0
-0.8	0.364419	0.3574184	0.247997	0.247614	0.247569	0.2471293	0.247569	0.247129
(ht)	-0.100169	-0.110188	0.001928	0.002351	0.00239	0.0028794	0.00239	0.002879
-0.6	0.182937	0.1956736	0.1764717	0.1854192	0.171117	0.1807118	0.171117	0.1807118
(ht)	0.083117	0.0695232	0.086983	0.0771334	0.0940338	0.0833611	0.0940338	0.0833611
-0.4	0.0814276	0.0917786	0.0859963	0.0960323	0.0810401	0.09088	0.0810401	0.09088
(ht)	0.2404321	0.2240275	0.2306491	0.2148756	0.2408062	0.2248447	0.2408062	0.2248447
-0.2	0.0332794	0.0401821	0.0358849	0.0428798	0.0332794	0.0399805	0.0332794	0.0399805
(ht)	0.3789856	0.3606091	0.3670671	0.3491262	0.3789856	0.3608014	0.3789856	0.3608014
0	0.0233299	0.0262235	0.022699	0.0260297	0.0233299	0.0262235	0.0233299	0.0262235
(ht)	0.512632	0.4934539	0.4992923	0.4934539	0.512632	0.4934539	0.512632	0.4934539
0.2	0.1550136	0.0540885	0.1421093	0.0494531	0.1550136	0.0540885	0.1550136	0.0540885
(ht)	0.8933214	0.6456959	0.8765713	0.6311033	0.8933214	0.6456959	0.8933214	0.6456959
0.4	0.0408098	0.1729434	0.0453822	0.1607734	0.0408098	0.1729434	0.0408098	0.1729434
(ht)	0.2983176	0.8612289	0.2872631	0.8448825	0.2983176	0.8612289	0.2983176	0.8612289
0.6	0.1033029	0.5898351	0.1095355	0.5626328	0.1033029	0.5898351	0.1033029	0.5898351
(ht)	0.1787041	1.2307069	0.1691348	1.2122075	0.1787041	1.2307069	0.1787041	1.2307069
0.8	0.1388044	2.011267	0.1455056	1.9567327	0.1388044	2.011267	0.1388044	2.011267
(ht)	0.1274907	1.8967213	0.1185919	1.8770366	0.1274907	1.8967213	0.1274907	1.8967213
1	4.7689802	4.7782916	4.6970401	4.7064034	4.7689802	4.7782916	4.7689802	0.249825
(ht)	2.6779269	2.6796665	2.6612699	2.6630292	2.6779269	2.6796665	2.6779269	0

Supplementary Table 3. Half-sib estimate of heritability and MSE values in case of correlated errors (AR(2)) and different sample sizes in case heritability of 0.50.

P ₁	P ₂	MSE							
		ANOVA		ML		REML		MIVQUE	
		P=100	P=200	P=100	P=200	P=100	P=200	P=100	P=200
-1	-1	0.488917	0.5055455	0.3217234	0.3192378	0.3085184	0.3033904	0.3085184	0.3033904
(ht)		-0.061335	-0.071945	0.033848	0.0346013	0.0625768	0.0658638	0.0625768	0.0658638
-1	-0.5	0.3874837	0.4094116	0.2940606	0.2924512	0.2804843	0.2794069	0.2804843	0.2794069
(ht)		0.0541088	0.041723	0.0912773	0.0941407	0.1413845	0.1446804	0.1413845	0.1446804
-1	0.1	0.3789359	0.4013475	0.2902304	0.2883118	0.2753359	0.2743213	0.2753359	0.2743213
(ht)		0.0694036	0.054783	0.0995042	0.1014682	0.1539653	0.1554791	0.1539653	0.1554791
-1	1	1.2395441	1.1178785	0.9417583	0.8370438	1.23188	1.105354	1.23188	1.105354
(ht)		1.212535	1.1554846	1.0454333	0.9927172	1.2188096	1.1653236	1.2188096	1.1653236
-1	0.5	0.3698658	0.392958	0.2861523	0.2843872	0.2713197	0.2705514	0.1613197	0.2705514
(ht)		0.3977362	0.0783994	0.1163135	0.115657	0.1776563	0.1752478	0.1676563	0.1752478

P ₁	P ₂	MSE							
		ANOVA		ML		REML		MIVQUE	
		P=100	P=200	P=100	P=200	P=100	P=200	P=100	P=200
-1	0	0.3799107	0.4021615	0.2905735	0.2888736	0.276074	0.2750476	0.276074	0.2750476
(ht)		0.0671508	0.0530114	0.0983257	0.1003191	0.1518926	0.1537561	0.1518926	0.1537561
-0.8	-0.8	0.2903288	0.3182769	0.2531953	0.2543523	0.2442571	0.2497993	0.2442571	0.2497993
(ht)		0.2614686	0.232986	0.2078014	0.2033567	0.2989456	0.2881403	0.2989456	0.2881403
-0.6	0.4	0.2826397	0.3152194	0.2403634	0.2500989	0.2561565	0.2715525	0.2561565	0.2715525
(ht)		0.4343475	0.3975651	0.3355253	0.3229166	0.4556018	0.4331193	0.4556018	0.4331193
-0.5	-0.5	0.2787143	0.3077416	0.236489	0.2466598	0.2492345	0.2632248	0.2492345	0.2632248
(ht)		0.4059834	0.3726499	0.3159194	0.3027095	0.4304707	0.4088362	0.4304707	0.4088362
-0.5	-0.1	0.2792245	0.3102599	0.2352523	0.2468307	0.2523936	0.2682417	0.2523936	0.2682417
(ht)		0.4276538	0.3940909	0.3327088	0.3196436	0.449757	0.4282556	0.449757	0.4282556
-0.5	0.9	0.9536738	0.8881722	0.6875301	0.6432396	0.9428112	0.8767566	0.9428112	0.8767566
(ht)		1.1322028	1.0788252	0.9630872	0.9135354	1.1409783	1.0880374	1.1409783	1.0880374
-0.5	0.1	0.2791354	0.3116034	0.2355222	0.2472748	0.2536769	0.2703652	0.2536769	0.2703652
(ht)		0.432518	0.3984701	0.3359199	0.3234566	0.4531939	0.4319457	0.4531939	0.4319457
-0.5	0	0.2790786	0.3108332	0.2352239	0.2469746	0.2529008	0.2692483	0.2529008	0.2692483
(ht)		0.4301217	0.396394	0.3344087	0.3216225	0.4515585	0.4301811	0.4515585	0.4301811
-0.3	0.2	0.2814987	0.3158521	0.2367753	0.2495999	0.257519	0.2761758	0.257519	0.2761758
(ht)		0.4480096	0.4144742	0.3474886	0.3360006	0.467428	0.4467596	0.467428	0.4467596
0	0.5	0.2956891	0.3281732	0.2442001	0.2558624	0.2717972	0.2879008	0.2717972	0.2879008
(ht)		0.4782523	0.4428285	0.373028	0.3595952	0.4980278	0.4759263	0.4980278	0.4759263
0	-0.5	0.2790868	0.3117267	0.2364726	0.2491653	0.2518388	0.2698825	0.2518388	0.2698825
(ht)		0.419876	0.3901806	0.3261852	0.3161415	0.4428596	0.4243884	0.4428596	0.4243884
0	1	2.6243948	2.4941297	2.0959868	1.9766438	2.6242349	2.4891787	2.6242349	2.4891787
(ht)		1.8872541	1.8343796	1.6908519	1.6423128	1.8874116	1.8381763	1.8874116	1.8381763
0	-1	0.3512803	0.3785129	0.2821327	0.2816984	0.2601747	0.2625201	0.2601747	0.2625201
(ht)		0.0844258	0.0687792	0.0983011	0.1026436	0.1581338	0.1615042	0.1581338	0.1615042
0	0	0.282824	0.3170387	0.2377139	0.2508368	0.2588365	0.2777029	0.2588365	0.2777029
(ht)		0.444284	0.4137827	0.3452012	0.3353194	0.4642377	0.4459368	0.4642377	0.4459368
0.1	0.1	0.2840212	0.3185621	0.2395047	0.2520232	0.2611644	0.2794824	0.2611644	0.2794824
(ht)		0.4442807	0.4145428	0.3447372	0.3360139	0.4632117	0.4464846	0.4632117	0.4464846
0.1	0.5	0.296347	0.3285226	0.2453556	0.2563454	0.272962	0.2884083	0.272962	0.2884083
(ht)		0.4761647	0.4417194	0.3711972	0.3586618	0.4955892	0.4746562	0.4955892	0.4746562
0.3	-0.2	0.2849197	0.3177481	0.2417599	0.2528274	0.2619686	0.2788514	0.2619686	0.2788514
(ht)		0.4296791	0.4046221	0.3335078	0.3279882	0.4491103	0.4365253	0.4491103	0.4365253
0.5	0.5	0.3036513	0.3305955	0.2566313	0.2623538	0.2858575	0.295549	0.2858575	0.295549
(ht)		0.4685222	0.4459214	0.3627324	0.3589103	0.4833918	0.4746578	0.4833918	0.4746578
0.5	-0.5	0.2885923	0.3172444	0.2484051	0.2570623	0.266052	0.2795664	0.266052	0.2795664
(ht)		0.4091254	0.3932704	0.1264	0.3165383	0.4283446	0.4243574	0.4283446	0.4243574
0.5	0	0.2936112	0.3220002	0.2528368	0.2595727	0.2750082	0.2871999	0.2750082	0.2871999
(ht)		0.4327986	0.416346	0.3332121	0.3342653	0.4484656	0.4450301	0.4484656	0.4450301
0.6	-0.4	0.2998758	0.3230446	0.2568548	0.2630846	0.2812265	0.2922839	0.2812265	0.2922839
(ht)		0.4299095	0.422885	0.3326517	0.3377191	0.4460873	0.4485868	0.4460873	0.4485868
1	0	2.2652188	2.5328067	1.777259	2.015278	2.2597589	2.5291173	2.2597589	2.5291173
(ht)		1.7376081	1.8491667	1.547399	1.6560534	1.7419088	1.872141	1.7419088	1.852141
1	0.5	2.2945728	4.4698334	1.8049469	3.8228249	2.2913326	4.4692683	2.2913326	4.4692683
(ht)		1.7477899	2.4391805	1.5570371	2.258803	1.7504548	2.4396932	1.7504548	2.4396932
1	1	4.4170039	1.2540997	3.7461251	0.946702	4.4158735	1.2436536	4.4158735	1.2436536
(ht)		2.4444643	1.2343611	2.2615587	1.0669236	2.4454899	1.2327839	2.4454899	1.2427839
1	-1	1.103853	2.4429774	0.8195423	1.9379834	1.0883625	2.4391544	1.0883625	2.4391544
(ht)		1.133445	1.8138037	0.9771187	1.6210762	1.1557986	1.8168861	1.1457986	1.8168861
1	-0.5	2.1795182	0.5055455	1.7034232	0.3192378	2.1736527	0.3033904	2.1736527	0.3033904
(ht)		1.7037757	-0.071945	1.5141305	0.0346013	1.7183973	0.0658638	1.7083973	0.0658638
-1	-1	0.488917	0.4094116	0.3217234	0.3924512	0.3085184	0.2794069	0.3085184	0.2794069
(ht)		-0.061335	0.041723	0.033848	0.0941407	0.0625768	0.1446804	0.0625768	0.1446804

Supplementary Table 4. Half sib estimate of heritability and MSE values in case of correlated errors (AR(1)) and different sample sizes for parametric value of heritability 0.10 when sire is distributed as t- distribution but error follows t- distribution

Heritability (H_t)	Correlation (RC)	Estimated heritability	M.S.E
0.9	-0.7	-0.872	3.148
		0.000	0.810
		0.000	0.810
		0.000	0.810
0.9	-0.3	-0.722	2.643
		0.000	0.810
		0.000	0.810
		0.000	0.810
0.9	0	-0.118	1.072
		0.025	0.769
		0.030	0.761
		0.030	0.761
0.9	0.3	0.477	0.231
		0.455	0.247
		0.478	0.228
		0.478	0.228
0.9	0.7	1.326	0.233
		1.300	0.211
		1.326	0.233
		1.326	0.233

Supplementary Table 5. Half sib estimate of heritability and MSE values in case of correlated errors (AR(1)) and different sample sizes for parametric value of heritability 0.90 when sire is distributed as Normal but error follows Normal distribution

Heritability (H_t)	Correlation (RC)	Estimated heritability	M.S.E
0.9	-0.7	-0.218	1.301
		0.019	0.779
		0.023	0.774
		0.023	0.774
0.9	-0.3	0.349	0.376
		0.340	0.374
		0.361	0.353
		0.361	0.353
0.9	0	0.734	0.113
		0.710	0.120
		0.735	0.112
		0.735	0.112
0.9	0.3	1.318	0.275
		1.292	0.253
		1.318	0.275
		1.318	0.275
0.9	0.7	2.157	1.663
		2.133	1.604
		2.157	1.663
		2.157	1.663

Supplementary Table 6. Half sib estimate of heritability and MSE values in case of correlated errors (AR(1)) and different sample sizes for the parametric value of heritability 0.90 when the sire is distributed as Cauchy distribution but error follows Cauchy distribution

Heritability (H_t)	Correlation (RC)	Estimated heritability	M.S.E
0.9	-0.7	0.929	3.212
		1.262	2.251
		1.273	2.266
		1.273	2.266
0.9	-0.3	1.672	3.052
		1.741	2.839
		1.755	2.860
		1.755	2.860
0.9	0	2.022	3.403
		2.008	3.381
		2.023	3.401
		2.023	3.401
0.9	0.3	2.431	3.403
		2.413	3.365
		2.431	3.403
		2.431	3.403
0.9	0.7	3.583	7.273
		3.576	7.235
		3.583	7.273
		3.583	7.273